

Elefterie PETRESCU
Ioan PELTEACU

MATEMATICĂ

CULEGERE DE EXERCII ȘI PROBLEME

TESTE DE EVALUARE NAȚIONALĂ

PENTRU CLASA A **VIII** -A

București, 2021



CUPRINS

TESTE INIȚIALE	7
----------------------	---

ALGEBRĂ

1. INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN \mathbb{R}	13
1.1. Mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor	13
1.2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor; intersecția și reuniunea intervalelor	16
1.3. Inecuații de forma $ax + b \geq 0$, ($\leq, <, >$), unde $a, b \in \mathbb{R}$	20
<i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i>	26
2. CALCUL ALGEBRIC ÎN \mathbb{R}	28
2.1. Operații cu numere reale reprezentate prin litere	28
2.1.1. Adunarea și scăderea. Reducerea termenilor asemenea	28
2.1.2. Înmulțirea și împărțirea	31
2.1.3. Ridicarea la putere	39
2.2. Formule de calcul prescurtat	41
2.2.1. Distributivitatea înmulțirii față de adunare și scădere	41
2.2.2. Produsul sumei cu diferența	43
2.2.3. Pătratul unui binom sumă sau diferență	47
2.2.4. Produsul a două binoame	51
2.3. Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în \mathbb{R}	52
2.3.1. Metoda factorului comun și metoda grupării termenilor	52
2.3.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat	54
2.3.3. Descompuneri în factori utilizând artificii de calcul și metode combinate	59

CUPRINS

2.4. Ecuații de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$	61
2.4.1. Ecuații de forma $ax^2 = 0$	61
2.4.2. Ecuații de forma $ax^2 + b = 0$	61
2.4.3. Ecuații de forma $ax^2 + x = 0$	62
2.4.4. Ecuații, forme incomplete	63
2.4.5. Ecuații, forma completă	67
2.4.6. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuației de gradul II	69
<i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i>	70
2.5. Frații algebrice	73
2.5.1. Amplificarea și simplificarea	73
2.5.2. Operații cu fracții algebrice	76
<i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i>	81
3. FUNCȚII	83
3.1. Funcții definite pe mulțimi finite	83
3.1.1. Funcții exprimate cu ajutorul unor diagrame, tabele sau formule	83
3.1.2. Graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului unor funcții numerice	87
3.2. Funcții de forma $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde a și $b \in \mathbb{R}$ și $D \subset \mathbb{R}$; interpretare geometrică; lecturi grafice	91
3.3. Elemente de statistică: indicatorii tendinței centrale	99
<i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i>	105

GEOMETRIE

4. ELEMENTE ALE GEOMETRIEI ÎN SPAȚIU	108
4.1. Puncte, drepte, plane	108
4.1.1. Convenții de notare, reprezentări, determinarea drepte, determinarea planului	108
4.1.2. Relații între puncte, drepte și plane	112

4.2. Corpuri geometrice: reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări	115
4.2.1. Piramida, piramida regulată, tetraedrul regulat	115
4.2.2. Prismă dreaptă, paralelipiped dreptunghic, cub	119
4.2.3. Cilindru circular drept	121
4.2.4. Con circular drept	123
<i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i>	125
4.3. Paralelism	127
4.3.1. Drepte paralele, dreaptă paralelă cu un plan	127
4.3.2. Plane paralele, aplicații: secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate	131
4.3.3. Unghiul a două drepte	135
4.3.4. Trunchiul de piramidă și trunchiul de con circular drept (descriere și reprezentare)	138
<i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i>	140
4.4. Perpendicularitate	142
4.4.1. Drepte perpendiculare, dreaptă perpendiculară pe un plan	142
4.4.2. Aplicații	147
<i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i>	157
4.5. Teorema celor trei perpendiculare	159
4.6. Proiecții ortogonale pe un plan	162
4.6.1. Proiecții ortogonale de puncte, de segmente și de drepte pe un plan. Unghiul dintre o dreaptă și un plan. Aplicație: lungimea proiecției unui segment	162
4.6.2. Unghi diedru, unghi plan corespunzător diedrului	167
4.6.3. Unghiul a două plane; plane perpendiculare	169
4.6.4. Aplicații: secțiuni diagonale, secțiuni axiale în corpurile studiate	173
<i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i>	177

CUPRINS

5. ARII ȘI VOLUME ALE UNOR CORPURI GEOMETRICE	179
5.1. Distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate (determinare prin calcul)	179
5.2. Arii și volume ale unor corpuri geometrice	181
5.2.1. Piramidă regulată (cu baza triunghi echilateral, pătrat sau hexagon regulat)	181
5.2.2. Trunchi de piramidă regulată	187
5.2.3. Prismă dreaptă (cu baza triunghi echilateral, pătrat sau hexagon regulat)	193
5.2.4. Paralelipiped dreptunghic, cub	196
5.2.5. Prisma hexagonală regulată	200
5.2.6. Cilindru circular drept	201
5.2.7. Con circular drept	202
5.2.8. Trunchi de con circular drept	204
5.3. Sfera: arie, volum	206
<i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i>	207
6. Modele de lucrări scrise (teze)	209
7. Teste de Evaluare Națională	217
Indicații și răspunsuri	256

Test de evaluare inițială 1

- Pentru rezolvarea corectă a tuturor cerințelor din Partea I și din Partea a II-a se acordă 90 de puncte. Din oficiu se acordă 10 puncte.
- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 50 minute.

Partea I

Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. (45 de puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $\frac{1}{30} : \left(-\frac{1}{20}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right)$ este:

- A. $-\frac{3}{10}$ B. 0,1 C. 0,1 D. $\frac{1}{6}$

5p 2. Se consideră mulțimea $M = \left\{ \sqrt{72}; -3; \sqrt{16}; 1, (5); \sqrt{6\frac{1}{4}} \right\}$. Mulțimea

$M \cap \mathbb{Q}$ are un număr de elemente egal cu:

- A. 2 B. 4 C. 3 D. 1

5p 3. Numărul $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - 2\sqrt{3})$ este egal cu:

- A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. -3 D. $+3$

5p 4. O persoană cheltuiește 25 % din 400 lei. Persoana a cheltuit:

- A. 250 lei B. 200 lei C. 100 lei D. 25 lei

5p 5. Soluția reală a ecuației $2x + 3 = 6x - 1$ este:

- A. 1 B. 4 C. 2 D. 0

5p 6. Dacă aria unui pătrat este egală cu 16 cm^2 atunci perimetrul pătratului este:

- A. 16 cm B. 32 cm C. 12 cm D. 14 cm

RECAPITULARE

- 5p** 7. Aria unui romb cu diagonalele de 8 m și 4 m este:
A. 12 cm^2 B. 6 cm^2 C. 16 cm^2 D. 32 cm^2
- 5p** 8. O catetă a unui triunghi dreptunghic isoscel are lungimea de $12\sqrt{2}$ cm. Lungimea ipotenuzei este:
A. 12 cm B. 24 cm C. $24\sqrt{2}$ cm D. 144 cm
- 5p** 9. Pe laturile (AB) și (AC) ale unui triunghi ABC se consideră punctele D , respectiv E astfel încât $DE \parallel BC$, $AB = 40$ cm, $AD = 8$ cm, $AE = 5$ cm și $DE = 7$ cm. Perimetrul triunghiului ABC este egal cu:
A. 72 cm B. 75 cm C. 80 cm D. 100 cm

PARTEA a II-a

La următoarele probleme se cer rezolvări complete. (45 de puncte)

10p 1. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația: $\frac{x-3}{3} - \frac{x}{2} = 6$.

2. Se consideră numerele reale $a = \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2+\sqrt{5})^2}$ și $b = \sqrt{5}$.

10p a) Arătați că $a = 2\sqrt{5}$.

5p b) Calculați media geometrică a numerelor a și b .

3. În triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$, AD este înălțime și AM este mediană, unde $M \in (BC)$ și $D \in (BM)$. Știind că $AM = 6$ cm și $m(\sphericalangle DCA) = 30^\circ$, determinați:

7p a) măsurile unghiurilor ascuțite ale triunghiului ADM ;

7p b) perimetrul triunghiului ABC ;

6p c) aria triunghiului ABC , rotunjită la cel mai apropiat număr întreg.

Test de evaluare inițială 2

- Pentru rezolvarea corectă a tuturor cerințelor din Partea I și din Partea a II-a se acordă 90 de puncte. Din oficiu se acordă 10 puncte.
- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 50 minute.

Partea I

Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. (45 de puncte)

5p 1. Dintre numerele $2,(67)$; $2,6(7)$; $2,67$ și $2,6598$ mai mare este:
 A. $2,(67)$ B. $2,6(7)$ C. $2,67$ D. $2,6598$

5p 2. Numărul $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ aparține mulțimii:

A. \mathbb{N} B. $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ C. \mathbb{Z} D. \mathbb{Q}

5p 3. Numărul $(\sqrt{2} - \sqrt{18}) \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{2})$ este egal cu:

A. $\sqrt{2}$ B. $-\sqrt{2}$ C. $+6$ D. -4

5p 4. Un punct din plan are coordonatele $(\sqrt{8}; 2\sqrt{3})$. Pătratul abscisei punctului este:

A. 12 B. 8 C. 6 D. 4

5p 5. Soluția naturală a ecuației $x^2 = 144$ este:

A. 11 B. 14 C. 12 D. -12

5p 6. Paralelogramul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle A) = 2m(\sphericalangle B)$ are măsura unghiului B egală cu:

A. 90° B. 30° C. 60° D. 45°

5p 7. Linia mijlocie a trapezului cu bazele de 6 și 8 cm este egală cu:

A. 5 cm B. 7 cm C. 6 cm D. 8 cm