Cuprins

GEOMETRIE

LUCRĂRI RECAPITULATIVE

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

1.2 Teorema împărțirii cu rest

Fiind date două numere naturale D și Î, Î ≠ 0, prin împărțirea lor obținem alte două numere naturale C și R, astfel încât D = Î · C + R și 0 ≤ R < Î. Numerele C și R sunt unice.

Exemple:
- Pentru D = 7, Î = 2 obținem C = 3, R = 1, iar 7 = 2 · 3 + 1, 1 < 2.
- Pentru D = 23, Î = 9 obținem C = 2, R = 5, iar 23 = 9 · 2 + 5, 5 < 9.
- Pentru D = 5, Î = 11 obținem C = 0, R = 5, iar 5 = 11 · 0 + 5, 5 < 11.

1 Aflați câtul și restul împărțirilor:

a) 29 : 5; b) 44 : 6; c) 8 : 16; d) 234 : 12; e) 4532 : 25; f) 7418 : 21.

2 Care din relațiile următoare reprezintă teorema împărțirii cu rest? În caz favorabil precizați deîmpărțitul, împărțitorul, câtul și restul.

a) 34 = 3 · 9 + 7; b) 48 = 5 · 8 + 8; c) 51 = 6 · 7 + 9; d) 23 = 4 · 5 + 3.

3 Scrieți numerele naturale care la împărțirea cu 7 dau câtul 5.

4 Aflați cel mai mic și cel mai mare număr natural de două cifre care la împărțirea: a) cu 8 dă restul 3; b) cu 9 dă restul 5; c) cu 7 dă restul 6.

5 Aflați cel mai mic (mare) număr natural de 3 cifre care la împărțirea: a) cu 10 dă restul 9; b) cu 17 dă restul 9; c) cu 25 dă restul 15.

6 Aflați numerele naturale cuprinse între 50 și 80 care împărțite pe rând la 3 sau 5 dau de fiecare dată același rest.

7 Aflați cel mai mic număr natural care la împărțirea cu 2 dă rest 1, iar la împărțirea cu 3 dă restul 2.

8 Arătați că nu există niciun număr natural care la împărțirea cu 4 să dea restul 3, iar la împărțirea cu 6 să dea restul 4.

9 Arătați că nu există număr natural par care la împărțirea cu 8 să dea restul 3.

10 Câte numere de două cifre dau restul 7 la împărțirea cu 8? Aflați suma lor.

11 Suma a două numere naturale este 161, iar la împărțire se obține câtul 6 și restul 5. Aflați numerele.

12 Suma a două numere naturale este 95, iar la împărțire se obține restul 23. Aflați numerele.

13 Calculați restul împărțirii numărului $x = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 + 2003$ la 81.

14 Determinați cel mai mic număr natural care împărțit la alt număr dă restul 24 și câtul 9.

15 Aflați suma tuturor numerelor de două cifre care nu se împart exact la 3.

2. MULȚIMI[1]

2.1 Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice/nenumerice; relația dintre un element și o mulțime; relații între mulțimi

• O mulțime este o **colecție de obiecte** distincte neordonate.

• O mulțime oarecare se notează cu litere mari: A, B, C, ..., X, Y, Z. Obiectele colecției se numesc **elementele mulțimii** și un element oarecare se notează cu litere mici: *a*, *b*, *c*, ..., *x*, *y*, *z*. Dacă un element x este situat într-o mulțime M spunem că *x aparține* mulțimii M și scriem $x \in M$. În caz contrar scriem $x \notin M$. Dacă o mulțime P este o parte dintr-o altă mulțime M spunem că P este o *submulțime* a lui M și scriem $P \subset M$ (citim „P inclus în M“). În caz contrar scriem $P \not\subset M$.

• **O mulțime poate fi reprezentată în trei moduri**:

1. Prin enumerarea elementelor sale, scrise o singură dată între acolade.

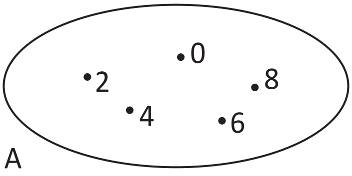
Exemplu: A (mulțimea cifrelor pare). $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ sau $A = \{2, 4, 8, 0, 6\}$.

Folosind faptul că ordinea enumerării elementelor nu este semnificativă pentru o mulțime, deducem că două mulțimi sunt egale dacă conțin aceleași elemente (indiferent de ordinea scrierii).

2. Prin precizarea unei proprietăți caracteristice comune tuturor elementelor:

Exemplu: Mulțimea cifrelor pare poate fi exprimată $A = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbb{N} \text{ și } n < 5\}$.

3. Printr-o diagramă Venn-Euler (prezentarea elementelor în interiorul unei linii curbe închise).



• **Mulțimea numerelor naturale**:

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \ldots; n; \ldots\}$$

• **Mulțimea numerelor natural nenule**:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \ldots, n, \ldots\}$$

• **Mulțimea vidă** nu are nici un element și se notează $\varnothing$ (se citește „fi“, litera „F“ a alfabetului grec); $\varnothing = \{x \mid x \neq x\}$ și este submulțime pentru orice mulțime A, $\varnothing \subset A$.

[1] Creatorul teoriei mulțimilor este matematicianul german Georg Cantor (1845-1918).

3.2.2 Criterii de divizibilitate (recapitulare)

Un număr natural este divizibil cu:
- 10 dacă și numai dacă ultima cifră este zero;
- 2 dacă și numai dacă ultima cifră este pară;
- 5 dacă și numai dacă ultima cifră este 0 sau 5;
- 3 dacă și numai dacă suma cifrelor este un număr divizibil cu 3;
- 4 dacă și numai dacă numărul format din ultimele două cifre este divizibil cu 4;
- 9 dacă și numai dacă suma cifrelor este un număr divizibil cu 9;
- 25 dacă și numai dacă numărul format din ultimele două cifre este divizibil cu 25.

1 Scrieți primele 10 numere naturale divizibile cu 2.

2 Scrieți primele 12 numere naturale divizibile cu 3.

3 Scrieți numerele naturale divizibile cu 3 cuprinse între 101 și 124.

4 Scrieți cel mai mic (mai mare) număr de două cifre:
a) divizibil cu 2; b) divizibil cu 3;
c) divizibil cu 5; d) divizibil cu 9;
e) divizibil cu 4.

5 Scrieți cel mai mic (mai mare) număr natural de 3 cifre:
a) divizibil cu 2; b) divizibil cu 3;
c) divizibil cu 5; d) divizibil cu 7.

6 Scrieți cel mai mic (mai mare) număr natural de două cifre diferite:
a) divizibil cu 2; b) divizibil cu 3;
c) divizibil cu 5.

7 Scrieți cel mai mic număr natural de 3 cifre diferite:
a) divizibil cu 2; b) divizibil cu 3;
c) divizibil cu 5; d) divizibil cu 10.

8 Determinați numerele de forma $\overline{23x}$ divizibile cu:
a) 2; b) 3; c) 5; d) 10.

9 Dintre numerele de două cifre, alegeți pe cel mai mare și pe cel mai mic număr divizibil cu 3.

10 Scrieți cel mai mare și cel mai mic număr de trei cifre divizibil cu 7.

11 Determinați numerele de forma $\overline{32xx}$ divizibile cu:

a) 3; b) 4;
c) 5; d) 10.

12 Scrieți toate numerele de forma $\overline{43x}$ divizibile cu:

a) 2; b) 3;
c) 5; d) 4.

13 Aflați toate numerele divizibile cu 3 de forma: a) $\overline{23x}$; b) $\overline{4xx}$; c) $\overline{xxx}$.

14 Dacă numărul $\overline{abc} \,\vdots\, 4$, atunci $\overline{bc} \,\vdots\, 4$.

15 Dacă $\overline{abcd} \,\vdots\, 8$, atunci $\overline{bcd} \,\vdots\, 8$.

16 Dacă $\overline{abcd} \,\vdots\, 125$, atunci $\overline{bcd} \,\vdots\, 125$.

17 Determinați cifra x știind că numărul $\overline{345x}$ este divizibil cu:

a) 4; b) 8; c) 25; d) 125;
e) 7; f) 11.

18 Aflați perechile de numere $(x;\ y)$ pentru care numerele de forma $\overline{x4y}$ sunt divizibile simultan cu 3 și 4.

19 Aflați toate numerele divizibile cu 6 de forma:

a) $\overline{5x2}$; b) $\overline{53x}$; c) $\overline{xx4}$; d) $\overline{1xx}$.

20 Aflați numerele naturale de forma $\overline{x7y}$, divizibile cu 5, dar nedivizibile cu 3.

21 Aflați cel mai mic număr natural nenul n pentru care numărul $x = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ se divide cu:

a) 10; b) 100; c) 1000.

22 Aflați cifrele x pentru care:

a) $\overline{x26} + 121$ se divide cu 3;
b) $\overline{24x} + 132$ se divide cu 5;
c) $\overline{13x} + 121$ se divide cu 4;
d) $\overline{x81} + 234$ se divide cu 9.

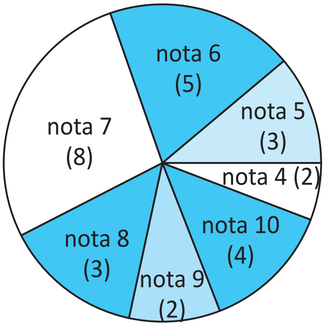
23 Precizați perechile $(x;\ y)$ știind că numerele $\overline{21x}$ și $\overline{3y2}$ sunt multipli de 3.

24 Găsiți toate fracțiile de forma $\dfrac{\overline{32a}}{\overline{5b2}}$ care se pot simplifica cu 4.

4.3.2 Reprezentarea datelor cu ajutorul unor softuri matematice

Reprezentați datele furnizate mai jos utilizând meniul *Insert*, comanda (butonul) *Chart*, șablonul *Line* din aplicația *Microsoft Office Word*, *Excel* sau *PowerPoint*, dacă:

1 Diagrama circulară alăturată reprezintă rezultatele la lucrarea scrisă la matematică din semestrul I la clasa a VI-a E.



2 La o lucrare scrisă, elevii din clasa a VI-a A au obținut notele:

4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7,
8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10.

3 Dintre elevii care participă la cercul de matematică, 8 au luat mențiune la Olimpiada de matematică, etapa pe școală, 6 au luat premiul III, 4, premiul II și 3, premiul I. Restul de 6 elevi nu au participat la olimpiadă.

4 În tabel sunt date rezultatele obținute de elevi la un test.

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Nr. elevi	1	4	5	5	6	4	2

5 O cultură de cereale (porumb 25%, grâu 45%) și de legume (tomate 15%, vinete 10%, ardei 5%) ocupă o suprafață de 120 ha.

6 Situația statistică cu rezultatele unei lucrări scrise semestriale este dată în tabelul:

Nota	5-5,99	6-6,99	7-7,99	8-8,99	9-9,99	10
Nr. elevi	6	8	13	7	11	5

7 La un concurs sportiv, elevii unei școli au obținut 3 premii I, 2 premii II, 1 premiu III, două mențiuni, iar doi elevi nu au fost premiați.

Utilizați apoi și alte șabloane (de ex. *Column*, *Bar*, *Pie*, *Scatter* etc.). Comparați reprezentările realizate pentru același set de date cu trei din șabloanele menționate. Ce reprezentare preferați?

4.3.3 Aplicații la rapoarte

A. Scara unui plan și a unei hărți

1 Dacă într-un desen realizat la scara 1:50, un segment are 4 cm, ce lungime are în realitate?

2 Distanța dintre București și Pitești este de 100 km, iar pe hartă segmentul care reprezintă distanța are 5 cm. Care este scara acestei hărți?

3 Pe o hartă realizată la scara de 1:200 000, distanța dintre două localități este 3,5 cm. Care este distanța reală dintre cele două localități?

4 Scara unui desen este 1:400. Ce lungime va avea pe acest desen o distanță din teren de 250 m?

5 Care este distanța dintre două localități dacă pe o hartă executată la scara de 1:500000, cele două localități sunt reprezentate prin două puncte aflate la distanța de 23,2 cm?

6 Planul unui teren executat la scara de 1:500 000 este un dreptunghi având perimetrul de 0,213 cm. Aflați perimetrul terenului.

7 Un dreptunghi de dimensiuni 6 cm și 8 cm reprezintă, la scara de 1:5000, planul unui teren. Care este perimetrul și aria terenului?

8 Planul unui teren, lucrat la scara de 1:2500, este figurat printr-un pătrat cu aria de: a) 1 cm^2; b) 36 cm^2. Aflați aria terenului în fiecare situație.

9 Pe o hartă întocmită la scara 1:500 000, o localitate apare ca o figură plană cu aria de 25 cm^2. Câți km^2 are localitatea?

10 Un teren de fotbal are dimensiunile 50 m × 100 m.

a) Reprezentați pe caiet, păstrând proporțiile, terenul de fotbal.

b) La ce scară ați reprezentat terenul de fotbal?

c) Ce dimensiuni va avea desenul terenului de fotbal reprezentat la scara 1:10 000?

B. Probabilități

În teoria probabilităților, experiențele cu rezultat întâmplător sunt numite **experiențe aleatoare**. Rezultatele posibile ale unei experiențe se numesc **probe (cazuri)**. Vom numi **eveniment** asociat unei experiențe orice situație care se poate realiza prin una sau mai multe probe.

Exemplul 1. Considerăm experiența „scrieți un număr de două cifre diferite alese la întâmplare dintre 1, 2, 3". Această experiență are 6 cazuri (probe): 12, 13, 21, 23, 31, 32.

Evenimentul „Obținerea unui număr par" se poate realiza prin două probe: 12 și 32.

Exemplul 2. Scrieți un număr de două cifre diferite alese la întâmplare dintre 1, 2, 3, 4. Această experiență are 12 cazuri (probe).

Probele diferă prin cifrele conținute, cât și prin ordinea cifrelor $13 \neq 42$, dar și $23 \neq 32$.

Exemplul 3. Se aruncă un zar și se urmărește numărul punctelor de pe fața superioară. Experiența are 6 probe.

Putem nota cu A evenimentul constând în apariția feței cu 1 sau cu două puncte.

Dacă notăm cu B evenimentul constând în apariția unei fețe cu 3, 4, 5 sau 6 puncte, cele două evenimente se numesc contrare (realizarea unuia condiționează nerealizarea celuilalt).

Evenimentul A este realizat de două probe, iar evenimentul B este realizat de patru probe.

Exemplul 4. Se aruncă simultan două zaruri și se urmăresc punctele de pe fețele superioare. Această experiență are un număr de 36 de probe care pot fi deduse după definiția produsului cartezian $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \times \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); \dots ; (6; 4); (6; 5); (6; 6);\}$.

Enumerăm câteva evenimente:

A – obținerea unei duble (6 probe);

B – suma punctelor, divizibilă cu 3 (12 probe);

C – suma punctelor, număr par (18 probe);

D – suma punctelor, mai mare decât 10 (3 probe).

• Prin **probabilitate** înțelegem raportul dintre numărul probelor (cazurilor) favorabile realizării unui eveniment și numărul total al probelor experienței.